

# Geometría Riemanniana

Primer Semestre 2013

Alexander Cardona

La geometría Riemanniana ha sido una de las áreas más importantes de las matemáticas desde su inicio, en el siglo XIX, y sus aplicaciones en física teórica (en relatividad general, en particular) revolucionaron nuestra concepción del mundo. El curso que se presenta a continuación tiene como objetivo introducir las ideas fundamentales y las herramientas básicas de la geometría Riemanniana, presentando al mismo tiempo los resultados más importantes en el área y algunas de sus aplicaciones (clásicas y recientes) en el estudio de la topología de variedades diferenciales. El texto guía será [2], aunque [1], [3] y [4] servirán de soporte para algunas de las aplicaciones estudiadas en las partes **5.** y **6.** en el programa que se esboza a continuación.

- 1. [3 Semanas]. Cálculo en variedades.** Variedades diferenciales, subvariedades, grupos de Lie y fibraciones vectoriales. Campos vectoriales y formas diferenciales. Ejemplos.
- 2. [2 Semanas]. Métricas Riemannianas.** Definición y Teoremas de existencia. Espacios homogéneos. Ejemplos.
- 3. [3 Semanas]. Geodésicas y transporte paralelo.** Conexiones, derivadas covariantes y transporte paralelo. Geodésicas y la aplicación exponencial.
- 4. [2 Semanas]. Curvatura Riemanniana.** Tensor de curvatura, campos de Jacobi y la aplicación exponencial. Aplicaciones.
- 5. [3 Semanas]. Topología, curvatura y volumen.** Densidades y medidas en variedades Riemannianas, estimativos de volúmenes. Teoremas de comparación y aplicaciones.
- 6. [2 Semanas]. El Laplaciano y geometría espectral.** El espectro del operador Laplaciano sobre una variedad Riemanniana, el método de Bochner y aplicaciones a la topología.

**Evaluación.** Dos parciales 20% c/u, dos tareas 10% c/u, participación 10% y un examen final 30%.

## References

- [1] Chavel, I. *Riemannian geometry. A modern introduction*. Second edition. Cambridge Studies in Advanced Mathematics, **98**. Cambridge University Press, Cambridge, 2006.
- [2] Do Carmo, M. *Riemannian geometry*. Birkhäuser Boston, Inc., Boston, MA, 1992.
- [3] Gallot, S., Hulin, D., Lafontaine, J. *Riemannian geometry*. Third edition. Universitext. Springer-Verlag, Berlin, 2004.
- [4] Warner, F. *Foundations of differentiable manifolds and Lie groups*. Springer-Verlag, 1983.