

**UNIVERSIDAD DE LOS ANDES — FACULTAD DE CIENCIAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

**ÁLGEBRA LINEAL 1 de HONORES Semestre 201520**

## **1. ACERCA DEL CURSO**

### **Información del curso**

Tipo de programa: Por contenidos; syllabus (teoría y ejercicios) por día

Nombre del curso: Algebra Lineal 1 de Honores

Código: MATE1106-01

Facultad o Departamento: Matemáticas

Periodo académico: 201510

Horario: Martes, Jueves y Viernes de 10 a 11:20 a.m.

### **Información de los profesores y del monitor**

Nombre profesor (a) principal:

Correo electrónico:

Horario y lugar de atención:

Of. H306

Nombre monitor (a):

Correo electrónico:

Horario y lugar de atención:

- **Introducción y descripción general del curso**

Este es un curso del ciclo básico de Matemáticas. Sin embargo, aunque es introductorio al Algebra Lineal, es un curso de alto nivel, obligatorio para estudiantes de los programas de Física y Matemáticas. Por otra parte, está igualmente abierto a otros estudiantes, en especial a aquéllos de carreras técnicas que deseen tener una visión más profunda y estructurada del tema.

El Algebra Lineal es una herramienta esencial tanto desde el punto de vista de los fundamentos de las Matemáticas puras como de diversos modelos matemáticos aplicados a la Física, Ingeniería, Economía, Biología y Administración, entre otras.

El programa del curso contiene varios tópicos con denominaciones similares a las del curso (masivo) de Algebra Lineal MATE1105, que ofrece como servicio el Departamento de Matemáticas, pero se diferencia de este último por su profundidad, su tratamiento conceptual y su exigencia en relación con los fundamentos teóricos y con los cálculos complejos propios de la materia.

El objetivo final del curso se centra en el enunciado, la demostración y las aplicaciones del denominado Teorema Espectral (en dimensión finita).

A continuación se hace una descripción de los temas y del enfoque del curso:

1. **Espacios vectoriales:** Se hace énfasis en el caso de espacios vectoriales finitamente generados, tanto sobre el campo de los números reales como sobre el campo de los números complejos; la noción de dimensión se construye a partir del denominado Teorema de Sustitución (Replacement Theorem). Se consideran algunos ejemplos importantes en dimensión infinita, especialmente infinita contable, pero la prueba de existencia de bases en dimensión infinita (utilizando el Lema de Zorn) queda postergada para el curso de Algebra Lineal 2. Se introduce la noción de suma directa (interna) de sub-espacios.
2. **Transformaciones lineales:** Se introducen las nociones de kernel e imagen de una transformación lineal y se prueba el Teorema de la Dimensión; se le atribuye particular importancia a la noción de sub-espacios invariantes. Desde el inicio se consideran representaciones matriciales con respecto a bases arbitrarias. Se da un tratamiento detallado y riguroso de los conceptos de composición, isomorfismo y semejanza; en el caso finito dimensional, se describe el isomorfismo  $\sim$  inducido por cada base  $\sim$  entre el álgebra de operadores sobre un espacio vectorial y un álgebra de matrices de tamaño apropiado.
3. **Sistemas lineales y determinantes:** Se introducen las matrices elementales y se lleva a cabo un análisis teórico exhaustivo de la noción de rango. Se realiza un estudio de los sistemas lineales, tanto a nivel de su estructura

teórica como de su estructura computacional. Se presentan los determinantes, tanto de forma inductiva como en términos de permutaciones; se demuestran rigurosamente sus diversas propiedades y se discuten algunas aplicaciones. Sujeto a la disponibilidad de tiempo, se puede examinar la caracterización del determinante como la única aplicación multilineal alternada normalizada (sobre filas o columnas de matrices cuadradas con entradas en un campo arbitrario).

4. **Diagonalización:** Se presentan los conceptos de valores y espacios propios para operadores. Se examina con detalle el caso finito dimensional (exhibiendo el paralelo con matrices); se muestra que un operador sobre un espacio vectorial de dimensión finita es diagonalizable si y solamente si el espacio es suma directa de los espacios propios del operador. Se retoma a mayor profundidad el tema de sub-espacios invariantes, se introducen los sub-espacios cíclicos relativos a un operador y se prueba el Teorema de Cayley-Hamilton (tanto para operadores como para matrices).
  
5. **Espacios con producto interno:** Se introduce la noción de producto interno sobre un espacio vectorial, tanto para el caso real como para el caso complejo; se desarrollan con rigor los conceptos de ortogonalidad, de ortonormalidad y de complemento ortogonal, incluyendo el proceso de Gram-Schmidt. Comenzando con el Teorema de Schur (triangularización ortogonal), se lleva a cabo un estudio detallado de operadores normales y auto-adjuntos en dimensión finita; en particular, se prueba que un operador complejo es unitariamente diagonalizable si y solamente si es normal y que un operador real es ortogonalmente diagonalizable si y solamente si es auto-adjunto. En el caso de dimensión infinita (contable) se examinan diversos ejemplos relevantes. Se culmina con el Teorema Espectral.

### **Este curso está organizado por contenidos:**

El curso está organizado a partir de la lista de temas que serán objeto de estudio. Después de cada unidad temática se indica cómo el estudiante muestra el dominio y comprensión de los temas contenidos en ella:

## Curso organizado por objetivos

En general, al finalizar el curso, el estudiante podrá:

- Reproducir y comprender las definiciones más importantes
- Enunciar y demostrar los teoremas y corolarios más relevantes
- Resolver ejercicios tanto de carácter práctico como de carácter teórico
- Exhibir y comprender diversos ejemplos y aplicaciones relevantes

## Syllabus

Texto guía: S. Friedberg, A. Insel & L. Spence, Linear Algebra, 4ª edición, Prentice Hall, 2003.

Julio	28	1.1-1.2	Espacios vectoriales	1.1: 6; 1.2: 12, 13, 16, 21
	30	1.3	Sub-espacios	1.3: 12, 23, 28, 30
	31	1.4	Combinaciones lineales	1.4: 2e, 3c, 5e, 10, 14
Agosto	4	1.5	Independencia lineal	1.5: 4, 7, 8, 9
	6	1.5	Independencia lineal	1.5: 10, 13b, 15, 17, 20
	7		<b>Fiesta</b>	
	11	1.6	Bases y dimensión	1.6: 5, 8, 13, 14
	13	1.6	Bases y dimensión	1.6: 20, 25, 29, 32, 34
	14	2.1	Transformaciones lineales	2.1: 5, 6, 11, 14
	18	2.1	Transformaciones lineales	2.1: 15, 20, 26, 31, 40
	20	2.2	Representación matricial	2.2: 4, 5 <sup>a</sup> , 9, 12, 15
	21	2.3	Composición	2.3: 3, 4c, 5, 9
	25	2.3	Composición	2.3: 12, 14, 15, 16, 19
	27	2.4	Isomorfismos	2.4: 2f, 3d, 7, 10
	28	2.4	Isomorfismos	2.4: 16, 17, 19, 22, 23
Sept	1	2.5	Cambio de coordenadas	2.5: 2d, 3f, 4, 6c
	3	2.5	Cambio de coordenadas	2.5: 7, 8, 9, 11, 13
	4		<b>Exam. Parcial 1</b>	

8		Corrección		
10	3.1	Matrices elementales	3.1: 4, 7, 9, 12	
11	3.2	El rango de una matriz	3.2: 2e, 4a, 5g, 6f	
15	3.2	El rango de una matriz	3.2: 11, 14, 16, 19, 22	
17	3.3	Sistemas lineales 1	3.3: 3g, 4b, 5, 9, 10	
18	<b>30%</b>	3.4	Sistemas lineales 2	3.4: 2i, 3, 4a, 5

SEMANA DE TRABAJO INDIVIDUAL 21 a 25 de septiembre

	29	3.4	Sistemas lineales 2	3.4: 7, 9, 10, 12, 13
octubre	1	4.1-4.2	Determinantes	4.1: 8; 4.2: 6, 12, 19, 25
	2	<b>Retiros</b>	4.3-4.4 Propiedades	4.3: 6, 13, 17, 27; 4.4: 6
	6	5.1	Valores propios	5.1: 2e, 3c, 4j, 6
	8	5.1	Valores propios	5.1: 7, 11, 13, 17, 22
	9	5.2	Diagonalizabilidad	5.2: 3e, 7, 8, 9
	13	5.2	Relación con sumas directas	5.2: 13, 17, 19, 20, 22
	15	5.4	Sub-espacios invariantes	5.4: 2d, 4, 6d, 9d, 16
	16	5.4	T. de Cayley-Hamilton	5.4: 25, 28, 32, 36, 39
	20		<b>E. Parcial 2</b>	
	22		Corrección	
	23	6.1	Productos internos	6.1: 3, 12, 16, 23
	27	6.2	Gram –Schmidt	6.2: 2i, 4, 9, 10
	29	6.2	Complementos ortogonales	6.2: 13, 14, 16, 18, 23
	30	6.3	El adjunto de un operador	6.3: 3b, 7, 10, 13, 24
nov.	3	6.4	Operadores normales	6.4: 2c, 4, 6, 7
	5	6.4	Operadores auto-adjuntos	6.4: 9, 11, 13, 14
	6	6.5	Operadores unitarios	6.5: 5d, 7, 9, 11, 15, 16
	10	6.5	Movimientos rígidos	6.5: 21, 24, 29, 31, 32

12	6.6	El Teorema Espectral	6.6: 3, 4, 5, 6, 7, 10, 11
13	6.6	Repaso	I

## Metodología

En esta sección se describen las estrategias pedagógicas así como las actividades concretas de enseñanza y aprendizaje que se utilizan para el logro de los propósitos educativos del curso.

Las estrategias pedagógicas principales son las siguientes:

1. Una combinación armoniosa entre
  - a) La fundamentación teórica (que comienza desde las propiedades básicas de funciones y conjuntos, los principios elementales de la inducción matemática y el diseño de una demostración matemática)
  - b) El cálculo numérico sistemático
  - c) El estudio de conceptos geométricos paralelos para ser usados al tiempo como herramientas y como resultados
2. La interacción permanente de definiciones y teoremas con el desarrollo de ejercicios que incluyen, desde simples cálculos, hasta elaborados procesos y aplicaciones, propios del universo algebraico en el cual se enmarca el tema del curso

Las actividades centrales incluyen

1. Sesiones de clase dirigidas a la presentación de nuevos conceptos, de las propiedades más relevantes (generalmente bajo la forma de teoremas o corolarios), de las pruebas matemáticas correspondientes y de ejercicios ilustrativos y/o eventuales aplicaciones
2. El desarrollo de tareas-talleres permanentes a lo largo del semestre, con el triple carácter de mecanismos de aprendizaje, de preparatorios para los exámenes y de evaluaciones en sí mismos

## Evaluación y aspectos académicos

- ✓ Criterios (atributos y estándares) de evaluación y calificación de las distintas actividades académicas

- ✓ Porcentajes de cada evaluación

Examen Parcial 1	25%
Examen Parcial 2	25%
Tareas	25%
Examen Final	25%
-----	
TOTAL	100%

## Texto guía

S. Friedberg, A. Insel & L. Spence, Linear Algebra, 4ª edición, Prentice Hall, 2003.

## 2. RÉGIMEN ACADÉMICO

Las siguientes disposiciones académicas se deberán tener en cuenta en el desarrollo del curso:

- **Asistencia a clase:**

Los profesores iniciarán sus cursos desde el primer día del semestre académico, con la finalidad de garantizarles a los estudiantes el derecho a beneficiarse activa y plenamente del proceso educativo (Art. 40 RGEPr).

Las clases de la Universidad deben empezar a la hora en punto o a la media hora, y terminar diez minutos antes de la hora en punto o de la media hora (Art. 41 RGEPr).

- **Inasistencia a clase y a evaluaciones:**

Los parámetros para controlar la asistencia deberán ser informados a los estudiantes el primer día de clase. Se sugiere informar si la asistencia y la participación serán criterios de evaluación así como la forma en que serán calificados. Será facultativo de cada profesor determinar las consecuencias de la inasistencia si esta supera el 20% (Art. 42 y 43 RGRPr).

El estudiante que desee justificar su ausencia deberá hacerlo ante el profesor dentro de un término no superior a ocho (8) días hábiles siguientes a la fecha de ésta. De acuerdo con el parágrafo del artículo 43 del RGEPr, serán excusas válidas las siguientes:

- a. Incapacidades médicas.
- b. Incapacidades expedidas por la Decanatura de Estudiantes.
- c. Muerte del cónyuge o de un familiar hasta del segundo grado de consanguinidad.
- d. Autorización para participar en eventos deportivos, expedida por la Decanatura de Estudiantes.
- e. Autorización para asistir a actividades académicas y culturales, expedida por la respectiva dependencia académica.
- f. Citación a diligencias judiciales, debidamente respaldada por el documento respectivo.

La Decanatura de Estudiantes prestará colaboración en la verificación de las incapacidades médicas.

- **Salidas de campo:**

Las salidas de campo de los estudiantes de la Universidad, programadas fuera de Bogotá, no son de carácter obligatorio. En caso de que algunos estudiantes no puedan cumplir con esta actividad, deberán informar las razones al profesor respectivo y acordar con él la realización de trabajos supletorios (Art. 44 RGEPr).

- **Calificaciones:**

- Se deberán programar como mínimo tres (3) evaluaciones. En los cursos de la escuela de verano el profesor podrá practicar una sola evaluación con un valor equivalente al 100% de la materia (Art. 45 y parágrafo Art. 46 RGEPr).

- Ninguna de las evaluaciones podrá tener un porcentaje superior al 35%, salvo que se trate de prácticas académicas, proyectos de grado y algunos cursos del programa de música, los cuales tendrán un sistema de calificación especial que también deberá ser informado a los estudiantes en el programa del curso.
- Las evaluaciones orales, en las que la actividad del estudiante consiste únicamente en responder las preguntas formuladas por el profesor y que tengan un valor superior al 15% de la calificación del curso, deberán realizarse en presencia de un profesor adicional, quien también deberá actuar como evaluador.
- Si un estudiante falta a la presentación de una evaluación debidamente programada, podrá ser calificado con cero (0,0). Sin embargo, el estudiante podrá justificar su ausencia ante el profesor dentro de un término no superior a (8) días hábiles siguientes a la realización de la prueba. Justificada la inasistencia el profesor deberá indicarle al estudiante la nueva fecha y hora en que le realizará el examen, dentro de las dos (2) semanas siguientes a la aceptación de la justificación presentada.
- El valor de cada evaluación practicada sin aviso, en ningún caso, podrá superar el 5% de la nota definitiva del curso.
- Los profesores tendrán autonomía para establecer sus propios criterios de aproximación de notas definitivas, pero deberán siempre informarlo en el programa del curso, el primer día de clase.
- Se recomienda establecer desde un inicio las condiciones para la entrega de informes y trabajos, así como los parámetros para la elaboración las actividades en grupo. También indicar los efectos de la entrega tardía de trabajos y de la no entrega.
- **Entrega de calificaciones:**
  - Todos los profesores de la Universidad deben hacer conocer a sus estudiantes las calificaciones obtenidas, dentro de los diez (10) días hábiles siguientes a la práctica de la evaluación parcial. Exceptuando aquellas correspondientes a los proyectos de grado y prácticas académicas (Art. 66 RGEPr).

- Al menos el 30% de las calificaciones debe ser dado a conocer a más tardar antes de la semana de retiros de cada semestre (Art. 67 RGEPr).
- Antes del examen final, el estudiante tiene el derecho a conocer las calificaciones parciales obtenidas durante el semestre y podrá solicitarlas al profesor (Art. 68 RGEPr).
- **Notas especiales:**
  - *Incompleto (I)*: nota aplicada por el Consejo de Facultad cuando el alumno no haya podido cumplir por razones justificadas, con los requisitos del curso (Art. 55 RGEPr).
  - *Incompleto Total (IT)*: nota aplicada por el Consejo de Facultad cuando el alumno no haya podido cumplir por razones justificadas, con los requisitos de todos los cursos del periodo académico en el cual se encuentra matriculado (Art. 56 RGEPr).
  - *Pendiente (P)*: nota aplicada por el profesor cuando al estudiante por casos de fuerza mayor, para cumplir con los requisitos del curso, solo le reste la presentación de una prueba final o no pueda asignársele una calificación antes del plazo definido (Art. 57 RGEPr).
  - *Pendiente Disciplinario (PD)*: nota aplicada por el profesor al estudiante que se encuentre vinculado a un proceso disciplinario. Esa nota será reemplazada una vez culmine definitivamente el proceso (Art. 58 y parágrafo 1 Art. 109 RGEPr).
  - *Pendiente Especial (PE)*: nota excepcional aplicable a aquellos estudiantes que se encuentren desarrollando su correspondiente proyecto de grado y no ha sido concluido, por razones justificadas, dentro del semestre inicialmente establecido (Art. 61 RGEPr).

- **Reclamos:**

Si se trata de una prueba escrita, el estudiante deberá dirigir el reclamo por escrito, dentro de los ocho (8) días hábiles siguientes al que conoció la calificación en cuestión. El profesor cuenta con diez (10) días hábiles para responderle. Si el estudiante considera que la decisión no corresponde a los criterios de evaluación, podrá solicitar la designación de un segundo calificador ante el Consejo de Facultad, dentro de los ocho (8) días hábiles al conocimiento de la decisión (Art. 62 y 63 del RGEPr).

En caso de reclamo por una calificación obtenida en una prueba oral, el estudiante podrá exponer la razón de su desacuerdo a los profesores evaluadores en el mismo momento en que tiene conocimiento de la nota. Si el grupo evaluador mantiene la calificación, la realización de un nuevo examen quedará a discreción del Consejo de Facultad al que pertenece la materia, previa solicitud escrita del estudiante (Art. 64 del RGEPr).

- **Cambio de notas definitivas:**

Vencido el plazo previsto para el cambio notas derivadas de los reclamos presentados, estos solo podrán realizarse con la autorización del coordinador de pregrado del programa al que pertenece la materia (Art. 65 RGEPr).

- **Funciones del monitor:**

La principal función del monitor es la de ayudar al profesor en la dirección de las actividades académicas (laboratorios, sesiones de repaso o de ejercicios, asesoría a estudiantes). Así mismo, apoyarlo en la corrección de ejercicios y pruebas. La calificación definitiva de las pruebas será responsabilidad exclusiva del profesor.

- **Reporte de casos disciplinarios:**

Ante la sospecha de una presunta comisión de fraude académico (Art. 109 RGEPr) o de una falta disciplinara (Art. 110 y 111 RGEPr) por parte de uno de sus estudiantes o de cualquier miembro de la comunidad uniandina, los profesores deberán tener en cuenta:

- Es su deber informar a la Secretaría del Comité Disciplinario de la unidad académica a la que pertenezca la materia o en la que esté inscrito el estudiante, según corresponda, explicando los hechos que fundamentan su consideración y adjuntando las pruebas correspondientes (Art. 121 RGEPr).
- A través de un proceso disciplinario el estudiante tendrá la oportunidad formal de presentar su versión sobre los hechos y pronunciarse sobre las decisiones que tomó el Comité (Art. 121 – 135 RGEPr).
- El profesor tiene discreción para hablar con los estudiantes implicados antes de reportar el caso al comité, para informarles al respecto.
- Durante el proceso disciplinario el profesor podrá ser consultado si el Comité lo considera, pero no será parte formal del proceso.

- A menos que el estudiante acepte su responsabilidad, el profesor no puede afirmar que cometió una falta disciplinaria. En cualquier conversación con un estudiante que presuntamente haya cometido la falta, el profesor debe ser cuidadoso. La existencia del fraude o de una falta disciplinaria solamente la puede determinar el Comité, después de haberse cumplido el proceso contemplado en los distintos reglamentos de estudiantes de la Universidad.
- La actividad académica en la que se presume la comisión de un fraude académico, deberá ser calificada con Pendiente Disciplinario (PD), (Art. 59 RGEPr). Es indispensable poner el Pendiente Disciplinario pues esta nota es una garantía del respeto por la presunción de inocencia del estudiante.
- Una vez el profesor reciba copia de la carta por medio de la cual se le notifica al estudiante la culminación del proceso disciplinario, deberá levantar el PD y asignar la nota correspondiente a la actividad académica (parágrafo 1 Art. 109 RGEPr).

- **Canales de ayuda para estudiantes y profesores:**

En cualquier momento los profesores y estudiantes podrán apoyarse en la labor de los coordinadores de su programa, la Dirección de Admisiones y Registro, la Decanatura de Estudiantes y la Secretaría General de la Universidad para consultar sobre asuntos académicos o administrativos, según corresponda.