

Prof: Marco Boggi.

### I. Introducción y descripción general del curso.

En el curso Álgebra Abstracta 1 se introducen las nociones básicas de grupo, anillo y campo. Estas nociones se van a introducir de forma consistente con su historia, presentando los problemas de los cuales se originaron las dichas teorías. También se van a dar aplicaciones elementales relacionada con la vida cotidiana, como, por ejemplo, la aplicación de la teoría de grupos a la criptografía.

El enfoque principal del curso es sobre la teoría de grupos. Vamos a demostrar resultados fundamentales como los Teoremas de Sylow, el Teorema de estructura para grupos abelianos finitamente generados y el Teorema de Jordan-Hölder. También vamos a ver la relación con problemas clásicos como la solución de ecuaciones algebraicas por medio de radicales (introducción a la teoría de Galois).

### II. Objetivos.

Ademas de asimilar nociones fundamentales de matemáticas, que son necesarias para seguir con su carrera, los estudiantes van a aprender a utilizar métodos abstractos para manejar problemas concretos. Ver como resultados teóricos generales permiten solucionar de forma sencilla algunos de estos problemas.

### II. Programa del Curso

#### I.) Grupos y Homomorfismos.

- a) Permutaciones.
- b) Ciclos.
- c) Factorización en ciclos disjuntos.
- d) Permutaciones pares e impares.
- e) Semigrupos.
- f) Grupos.
- g) Homomorfismos.

#### II.) Nociones y resultados básicos.

- a) Subgrupos.
- b) Teorema de Lagrange.
- c) Grupos cíclicos.
- d) Subgrupos normales.
- e) Grupos cocientes.
- f) Teoremas de isomorfismo.

- g)* Teoremas de correspondencia.
- h)* Productos directos.
- i)* Aplicaciones a la criptografía.

**Primer examen parcial.**

**III.) Grupos simétricos y conjuntos con acciones de grupos.**

- a)* Elementos conjugados.
- b)* Grupos simétricos.
- c)* La simplicidad de  $A_n$ .
- d)* Unos Teoremas de representaciones.
- e)*  $G$ -conjuntos.
- f)* Enumeración de órbitas.
- g)* Grupos ortogonales y grupos diedrales.

**IV.) Teoremas de Sylow.**

- a)*  $p$ -Grupos.
- b)* Teoremas de Sylow.
- c)* Grupos de orden pequeño.

**Segundo examen parcial.**

**V.) Anillos y campos.**

- a)* Anillos y campos.
- b)* Anillos de polinomios.
- c)* Homomorfismos e ideales.
- d)* Anillos cocientes.
- e)* Dominios de integridad, dominios euclidianos, dominios de ideales principales y dominios de factorización única.
- f)* Extensiones de campos.
- g)* Introducción a la teoría de Galois.

**VI.) Series normales.**

- a)* El Teorema de Jordan-Hölder.
- b)* Grupos solubles y nilpotentes.

## VII.) **Productos directos finitos.**

- a) El Teorema de la base.
- b) El Teorema de estructura para grupos abelianos finitamente generados.

### **Examen final.**

## **III. Evaluación.**

Tres talleres, 25 %. Dos exámenes parciales, 25 % cada uno. Un examen final, 25 %. Los talleres se asignan dos semanas antes de los exámenes parciales y final y cubren los mismos temas.

## **IV. Horario de atención.**

Miércoles de las 13 a las 15 en la oficina H-301.

## **V. Bibliografía.**

JOSEPH J. ROTMAN. *An Introduction to the Theory of Groups. 4th Ed.* Springer GTM **148** (1994).

FREDERICK M. GOODMAN. *Algebra, abstract and concrete. Ed. 2.6.*  
<http://www.math.uiowa.edu/~goodman>.

JEAN DIEUDONNÉ. *Mathematics – The Music of Reason.* Springer-Verlag (1998).