

# Temas examen de área: **ÁLGEBRA**

Departamento de Matemáticas

Universidad de los Andes, 2014

## **ÁLGEBRA LINEAL:**

*Teoría:* Espacios vectoriales, transformaciones lineales, determinantes, polinomio característico, autovalores y auto-vectores, diagonalización. Álgebra multilineal: productos tensoriales, potencias exteriores. clasificación de formas bilineales (reales y complejas). Forma canónica de Jordan, forma canónica racional, el polinomio minimal. Espacios Euclídeos y unitarios. Operadores ortogonales, unitarios y autoadjuntos. Teorema espectral (dimensión finita).

### **Literatura:**

- Linear, S.H. Friedberg, A.J. Insel and L.E. Spence, Prentice hall 4<sup>th</sup> ed. **El libro completo.** (Este libro cubre el material del primer curso algebra lineal.)
- Linear Algebra Done Right, S. Axler, Springer, 2nd ed. **Capítulos: 1-10.**
- Linear Algebra and Geometry, Y. Manin and A.I. Kostrikin, “Linear Algebra and Geometry”, CRC Press. **Capítulos: 1.12, 2.1-2.8 y 4.1-4.8.**

## **ÁLGEBRA ABSTRACTA 1:**

*Teoría de grupos:* definiciones y resultados básicos, teoremas de isomorfismos, acciones de grupos, teoremas de Sylow, Lema de Burnside (ver: Abstract Algebra página 877 ejercicio 8), grupos libres, grupos presentados por generadores y relaciones, productos semidirectos, grupos nilpotentes y solubles, clasificación de grupos abelianos finitamente generados. Ejemplos importantes de grupos: Simétrico, Alternante, Diedral,  $GL(V)$ , cuaterniones, grupos abelianos finitamente generados.

*Teoría de Anillos:* Definiciones básicas, teoremas de isomorfismo, teorema chino del resto. anillos de polinomios.

### **Literatura:**

- Abstract Algebra, D. S. Dummit and R. Foote, Wiley, 3rd edition, 2004. **Capítulos 1-4, 7.**

## **ÁLGEBRA ABSTRACTA 2:**

*Álgebras:* definiciones y resultados básicos, álgebra sobre un cuerpo (como aplicar el álgebra lineal en teoría de anillos), álgebra de polinomios, extensiones de cuerpos.

Dominios Euclídeos, dominios de ideales principales, teorema de estructura de módulos finitamente generados sobre un DIP. Entender la relación entre módulos sobre  $k[x]$  y un espacio vectorial con un endomorfismo (rehacer forma de Jordan en este contexto). Dominios de factorización única. Dominios euclídeos y forma de Smith.

*Teoría de cuerpos y de Galois:* Criterios de irreducibilidad de un polinomio, construcción de extensiones de cuerpos (algebraicas y trascendentes), característica de un anillo. clasificación de cuerpos finitos, cuerpos algebraicamente cerrados, clausura algebraica, cuerpos de ruptura (o descomposición), extensiones separables y normales, extensiones de Galois, grupos de Galois, teorema fundamental de la teoría de Galois. Aplicaciones (construcciones con regla y compás, insolubilidad de quinticas, teorema fundamental de álgebra ). Cálculo de grupos de Galois: extensiones ciclotómicas, polinomios de grado 2, 3.

**Literatura:**

- Abstract Algebra, D. S. Dummit and R. Foote, Wiley, 3rd edition, 2004. **Capítulos 8-9, 12-14.**
- Algebra, T. Hungerford, Springer, GTM. **Capítulos 8-9, 12-14.**
- Notas de M. Reid <http://homepages.warwick.ac.uk/~masda/MA3D5/Galois.pdf>, ejercicios: <http://homepages.warwick.ac.uk/~masda/MA3D5/AssB.pdf>

**REPRESENTACIÓN DE GRUPOS FINITOS:**

*Teoría:* Categoría de representaciones lineales de un grupo. Módulos sobre el álgebra de grupo, Lema de Schur y semisimplicidad (reducibilidad completa). Teoría de caracteres: relaciones de ortogonalidad, tabla de caracteres (cálculo de la tabla de caracteres de algunos ejemplos de cardinal pequeño). Operaciones con representaciones: Productos tensoriales, Hom's internos, dualidad, inducción y restricción. Ejemplos clave: Grupos diédricos, abelianos, cuaterniones, simétricos y alternante. Productos semi-directos.

**Literatura:**

- Linear Representations of Finite Groups, J. P. Serre, Springer, GTM 2nd ed. **Capítulos: 1-3, 5-7.**

**ÁLGEBRA CONMUTATIVA:**

*Teoría:* Anillos e ideales, módulos, anillos y módulos de fracciones, descomposición primaria, valuaciones y dependencia entera, anillos Noetherianos y Artinianos, anillos de valuación discreta y dominios de Dedekind, completación, teoría de la dimensión. Bases de Gröbner, variedades algebraicas afines, topología de Zariski. Ejemplos concretos de ideales (por ejemplo anillos de polinomios en tres variables). Módulos libres, proyectivos, planos e inyectivos, Resoluciones y homología de un complejo (no incluye funtores derivados).

**Literatura:**

- Introduction to Commutative Algebra, M. F. Atiyah and I. G. Mac-Donald, Westview Press. **El libro completo.**
- Ideals, Varieties, and Algorithms: An Introduction to Computational Algebraic Geometry and Commutative Algebra, D. A. Cox, J. B. Little y D. O'Shea. Springer-Verlag, 2nd Ed. **Capítulos 1,2 y 4.**
- Commutative Algebra with a View Toward Algebraic Geometry, D. Eisenbud, Graduate Texts in Mathematics, Vol. 150, 1995, **Capítulo 15, Appendix A3.**